CONTENIDO

ALGEBRA DOS

JAVIER MORILLO SANTACRUZ

2006

CAPITULO 1

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO Por:Javier Morillo S.

La ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadràticas, son las ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ donde ***a*** es un nùmero real diferente de cero, ***b , c*** son nùmeros reales y ***x*** es una variable. El termino ax^2 debe ser positivo para poderlo resolver, en caso de ser negativo multiplicamos todos los terminos de la ecuacion por ***-1*** , es decir:
si tenemos $-3x^2 + 5x - 6 = 0$ multiplicando por -1 se obtiene la ecuacion $3x^2 - 5x + 6 = 0$

1.1. SOLUCIÒN POR RAÌZ CUADRADA

Es el tipo mas sencillo de ecuaciòn cuadràtica por que ***b=0*** es decir tiene la forma: $ax^2 + c = 0$ para resolverla despejamos x para luego extraer raiz cuadrada.

1.1.1. EJEMPLOS

Ejemplo Uno. Resolver $x^2 - 8 = 0$
realizamos transposiciòn de tèrminos $x^2 = 8$ para eliminar el exponente de la variable x aplicamos raìz cuadrada en ambos miembros de la ecuaciòn $\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{8}$ tenga en cuenta que

al extraer raìz cuadrada se obtienen dos valores uno positivo y otro negativo. Ahora simplificamos las raices $x = \pm 2\sqrt{2}$ luego la soluciòn es: $x = 2\sqrt{2}$ y $x = -2\sqrt{2}$

Ejemplo Dos. Resolver $15x^2 - 5 = 0$

realizamos transposiciòn de tèrminos $15x^2 = 5$ despejamos el coeficiente de la variable x, $x^2 = \frac{5}{15}$ simplificando la fracciòn $x^2 = \frac{1}{3}$ aplicamos raìz cuadrada en ambos miembros de la ecuaciòn $\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$. Ahora simplificamos las raices $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ racionalizando $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ luego la soluciòn es: $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ejemplo Tres. Resolver $3x^2 + 9 = 0$

realizamos transposiciòn de tèrminos $3x^2 = -9$ despejamos el coeficiente de la variable x, $x^2 = \frac{-9}{3}$ simplificando la fracciòn $x^2 = -3$ aplicamos raìz cuadrada en ambos miembros de la ecuaciòn $\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-3}$. Ahora simplificamos las raices $x = \pm\sqrt{-3}$ como la raìz cuadrada de un valor negativo es un nùmero imaginario, $x = \pm i\sqrt{3}$ luego la soluciòn es: $x = i\sqrt{3}$ y $x = -i\sqrt{3}$ la ecucaciòn no tiene soluciòn real.

Ejemplo Cuatro. Resolver $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} = 0$

realizamos transposiciòn de tèrminos $(x + \frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$

aplicamos raìz cuadrada en ambos miembros de la ecuaciòn

$\sqrt{(x+\frac{1}{2})^2} = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$. Ahora simplificamos las raices

$x+\frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ despejando la variable x

$x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$ realizando operaciones $x = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

luego las soluciones son: $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ y $x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

1.1.2. EJERCICIOS

Resolver las siguientes ecuaciones.

1) $x^2 - 20 = 0$ 2) $12x^2 - 9 = 0$

3) $2x^2 + 8 = 0$ 4) $(x+\frac{1}{3})^2 - \frac{2}{9} = 0$

5) $(x+\frac{5}{2})^2 - \frac{5}{2} = 0$

1.2. SOLUCIÒN POR FACTORIZACIÒN

1.2.1. POR FACTOR COMUN

Esta solucion se aplica en la ecuaciòn cuadràtica cuando ***c=0*** es decir tiene la forma: $ax^2 + bx = 0$

1.2.2. EJEMPLOS

Ejemplo Uno. Resolver $x^2 - 3x = 0$
Aplicando factor comun $x(x-3) = 0$ Ahora cada factor lo igualamos a cero $x = 0$ y $x - 3 = 0$ despejando el valor de x, $x = 3$ luego las soluciones son: $x = 0$ y $x = 3$

Ejemplo Dos. Resolver $6x^2 - 27x = 0$
Aplicando factor comun $3x(2x-9) = 0$ Ahora cada

factor lo igualamos a cero $3x = 0$ y $2x - 9 = 0$
despejando el valor de x, $x = \frac{0}{3} = 0$ y $x = \frac{9}{2}$ luego
las soluciones son: $x = 0$ y $x = \frac{9}{2}$

1.2.3. EJERCICIOS

Resolver las siguientes ecuaciones.

1) $x^2 - 7x = 0$ 2) $12x^2 - 18x = 0$
3) $2x^2 + 8x = 0$ 4) $10x^2 - 20x = 0$
5) $-x^2 + 7x = 0$

1.2.4. POR TRINOMIOS

Esta solucion se aplica a las ecuaciònes cuadràticas que se puedan factorizar por las formas ax^2+bx+c , x^2+bx+c y ***trinomio cuadrado perfecto***

1.2.5. EJEMPLOS

Ejemplo Uno. Resolver $4x^2 - 9x + 2 = 0$

Es un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ por lo tanto multiplicamos el primero y ultimo tèrmino por 4

. $4x^2 - 9x + 2 = 0$

$16x^2$ 8 aplicando el proceso de la factorizaciòn

$\frac{(4x-8)(4x-1)}{4} = 0$ factor comun al primer parentesis

$\frac{4(x-2)(4x-1)}{4} = 0$ simplificando

$(x - 2)(4x - 1) = 0$ igualando cada factor a cero

$x - 2 = 0$ y $4x - 1 = 0$ despejando la variable x,

$x = 2$ y $x = \frac{1}{4}$ que seria la soluciòn.

Ejemplo Dos. Resolver $x^2 + 2x - 15 = 0$

Es un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ Aplicando el proceso de la factorizaciòn
$(x + 5)(x - 3) = 0$ igualando cada factor a cero
$x + 5 = 0$ y $x - 3 = 0$ despejando la variable x,
$x = 5$ y $x = 3$ que seria la soluciòn.

Ejemplo Tres. Resolver $x^2 + 6x + 9 = 0$
Es un trinomio cuadrado perfecto. Aplicando el proceso de la factorizaciòn
$(x + 3)(x + 3) = 0$ igualando cada factor a cero
$x + 3 = 0$ y $x + 3 = 0$ despejando la variable x,
$x = -3$ que seria la soluciòn.

1.2.6. EJERCICIOS

Resolver las siguientes ecuaciones.

1) $x^2 + 4x - 12 = 0$
2) $2x^2 + 9x - 35 = 0$
3) $4x^2 - 12x + 9 = 0$
4) $10x^2 + 7x - 12 = 0$
5) $x^2 - 10x + 25 = 0$

1.3. POR LA FÒRMULA CUADRÀTICA

Este mètodo se utiliza para resolver cualquier ecuaciòn cuadràtica.

La fòrmula es: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

1.3.1. EJEMPLOS

Ejemplo Uno. Resolver $2x^2 - 4x - 3 = 0$
Teniendo en cuenta la forma de la ecuaciòn cuadràtica
$ax^2 + bx + c = 0$ y comparandola con la ecuaciòn dada
$a = 2, b = -4, c = -3$ reemplazando los valores de a, b y c en la fòrmula cuadràtica tenemos:

$x = \frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(2)(-3)}}{2(2)}$ Realizando operaciones $x = \frac{4\pm\sqrt{16+24}}{4}$ continuando con las operaciones $x = \frac{4\pm\sqrt{40}}{4}$ simplificando radicales $x = \frac{4\pm 2\sqrt{10}}{4}$ simplificando fracciones $x = \frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$ luego la soluciòn es: $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ y $x = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$

Ejemplo Dos. Resolver $x^2 - 6x + 11 = 0$
Teniendo en cuenta la forma de la ecuaciòn cuadràtica $ax^2+bx+c = 0$ y comparandola con la ecuaciòn dada $a = 1, b = -6, c = 11$ reemplazando los valores de a, b y c en la fòrmula cuadràtica tenemos:

$x = \frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4(1)(11)}}{2(1)}$

Realizando operaciones $x = \frac{6\pm\sqrt{36-44}}{2}$ continuando con las operaciones $x = \frac{6\pm\sqrt{-8}}{2}$ simplificando radicales $x = \frac{6\pm 2\sqrt{-2}}{2}$ simplificando fracciones $x = 3 \pm \sqrt{-2}$ la soluciòn es un nùmero complejo $x = 3\pm i\sqrt{2}$ luego la soluciòn es: $x = 3+i\sqrt{2}$ y $x = 3 - i\sqrt{2}$ No tiene soluciòn real.

1.3.2. EJERCICIOS

Resolver las siguientes ecuaciones.

1) $3x^2 + 6x + 3 = 0$
2) $2x^2 - 10x + 9 = 0$

3) $x^2 + 3x + 2 = 0$
4) $25x^2 - 20x + 4 = 0$
5) $3x^2 - 24x + 48 = 0$

1.4. ECUACIONES CON RADICALES

Hay ecuaciones que algunos tèrminos continen radicales, para resolverlas es necesario eliminar los radicales, conviertiendose estas ecuaciones en cuadràticas.

1.4.1. EJEMPLOS

Ejemplo Uno Resolver $x - 1 - \sqrt{x+11} = 0$
El radical lo dejamos solo en un miembro $x - 1 = \sqrt{x+11}$
como es raìz cuadrada elevamos ambos miembros al cuadrado
$(x-1)^2 = (\sqrt{x+11})^2$
resolviendo el binomio al cuadrado y simplificando el radical
$x^2 - 2x + 1 = x + 11$ igualando a cero
$x^2 - 2x + 1 - x - 11 = 0$
realizando reducciòn de tèrminos semejantes y ordenando
$x^2 - 3x - 10 = 0$ la ecuaciòn cuadràtica obtenida se resuelve por cualquier mètodo, obteniendo como resultado
$x = -2$ y $x = 5$ como la ecuaciòn la elevamos al cuadrado se obtienen soluciones extrañas, para verificar cuàl es la soluciòn correcta, reemplazamos los valores obtenidos en la ecuaciòn original, reemplacemos x=-2
$-2 - 1 - \sqrt{-2+11} = 0$ realizando operaciones
$-3 - \sqrt{9} = 0$ extrayendo raìz cuadrada
$-3 - 3 = 0$ obteniendo $-6 = 0$ que es una contradicciòn, luego x=-2 no es soluciòn de la ecuaciòn.
De la misma manera procedemos con x=5,
$5 - 1 - \sqrt{5+11} = 0$ realizando operaciones
$4 - \sqrt{16} = 0$ extrayendo raiz cuadrada $4 - 4 = 0$
obteniendo $0 = 0$ que es una igualdad, luego x=5 es la solu-

ciòn de la ecuaciòn.

Ejemplo Dos Resolver $x + \sqrt{x-4} = 4$
El radical lo dejamos solo en un miembro
$\sqrt{x-4} = 4 - x$
como es raìz cuadrada elevamos ambos miembros al cuadrado
$(\sqrt{x-4})^2 = (4-x)^2$
resolviendo el binomio al cuadrado y simplificando el radical
$x - 4 = 16 - 8x + x^2$ igualando a cero
$x - 4 - 16 + 8x - x^2 = 0$
realizando reducciòn de tèrminos semejantes y ordenando
$-x^2 + 9x - 20 = 0$ la ecuaciòn cuadràtica obtenida se resuelve por cualquier mètodo, obteniendo como resultado
$x = 4 \ y \ x = 5$ como la ecuaciòn la elevamos al cuadrado se obtienen soluciones extrañas, para verificar cuàl es la soluciòn correcta, reemplazamos los valores obtenidos en la ecuaciòn original, reemplacemos x=4
$4 + \sqrt{4-4} = 4$ realizando operaciones
$4 + \sqrt{0} = 4$ extrayendo raìz cuadrada
$4 + 0 = 4$ obteniendo $4 = 4$ que es una igualdad, luego x=4 es una soluciòn de la ecuaciòn.
De la misma manera procedemos con x=5,
$5 + \sqrt{5-4} = 4$ realizando operaciones
$5 + \sqrt{1} = 4$ extrayendo raiz cuadrada $5 + 1 = 4$ obteniendo $6 = 4$ que es una contradicciòn, luego x=5 no es soluciòn de la ecuaciòn.

Ejemplo Tres Resolver $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 2$
Escogemos un radical y lo dejamos solo en un miembro
$\sqrt{2x+3} = 2 + \sqrt{x-2}$ como es raìz cuadrada elevamos ambos miembros al cuadrado
$(\sqrt{2x+3})^2 = (2 + \sqrt{x-2})^2$
resolviendo el binomio al cuadrado y simplificando el radical
$2x + 3 = 4 + 4\sqrt{x-2} + (\sqrt{x-2})^2$
simplificando el otro radical obtenido

$2x+3=4+4\sqrt{x-2}+x-2$ como continua un tèrmino con un radical, lo dejamos solo en un miembro
$2x+3-4-x+2=4\sqrt{x-2}$ realizando reducciòn de tèrminos semejantes
$x+1=4\sqrt{x-2}$ elevamos ambos miembros al cuadrado
$(x+1)^2=(4\sqrt{x-2})^2$
resolviendo el binomio al cuadrado y simplificando el radical
$x^2+2x+1=16(x-2)$ destruyendo parentesis
$x^2+2x+1=16x-32$ igualando a cero
$x^2+2x+1-16x+32=0$
realizando reducciòn de tèrminos semejantes y ordenando
$x^2-14x+33=0$ la ecuaciòn cuadràtica obtenida se resuelve por cualquier mètodo, obteniendo como resultado
$x=3\ y\ x=11$ como la ecuaciòn la elevamos al cuadrado se obtienen soluciones extrañas, para verificar cuàl es la soluciòn correcta, reemplazamos los valores obtenidos en la ecuaciòn original, reemplacemos x=3
$\sqrt{2(3)+3}-\sqrt{3-2}=2$
realizando operaciones $\sqrt{9}-\sqrt{1}=2$ extrayendo raìz cuadrada $3-1=2$ obteniendo $2=2$ que es una igualdad, luego x=3 es una soluciòn de la ecuaciòn.
De la misma manera procedemos con x=11,
$\sqrt{2(11)+3}-\sqrt{11-2}=2$
realizando operaciones $\sqrt{25}-\sqrt{9}=2$ extrayendo raiz cuadrada $5-3=2$ obteniendo $2=2$ que es una igualdad, luego x=5 es otra soluciòn de la ecuaciòn.

1.4.2. EJERCICIOS

Resolver las siguientes ecuaciones.

1) $x=5+\sqrt{x-3}$

2) $\sqrt{2x+7}-\sqrt{x+3}=1$

3) $2x - \sqrt{7x+1} = 4$

4) $\sqrt{x-1} - \sqrt{2x-6} = 0$

5) $4 - 3x = \sqrt{6x^2 + 5x - 2}$

1.5. APLICACIONES

En los diferentes campos de la ciencia para solucionar diferentes situaciones problèmicas es necesario resolver ecuaciones cuadràticas.

1.5.1. EJEMPLOS

Ejemplo Uno La suma de un nùmero con su recìproco es $\frac{5}{2}$ Encontrar dicho nùmero.
Indentificando la variable, llamamos a x:el nùmero a encontrar, luego el recìproco de x es: $\frac{1}{x}$ ahora planteamos la ecuaciòn:
$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ para eliminar fracciones hallamos el m.c.m de los denominadores que es: m.c.m(2, x)=2x, multiplicando cada tèrmino por el m.c.m tenemos: $x(2x) + \frac{1}{x}(2x) = \frac{5}{2}(2x)$ realizando operaciones $2x^2 + \frac{2x}{x} = \frac{10x}{2}$ simplificando fracciones $2x^2 + 2 = 5x$ igualando a cero
$2x^2 - 5x + 2 = 0$ resolviendo la ecuaciòn cuadràtica por cualquier mètodo, se obtiene que x=2 y $x = \frac{1}{2}$ que son los numeros buscados.

Ejemplo Dos Dos tubos pueden llenar un depòsito en 4 horas, cuando se usan al mismo tiempo. ¿ Cuàntas horas se necesitan para que cada tubo por si solo llene el depòsito, si el de menor diàmetro tarda 3 horas màs que el de mayor diàmetro?.
Como el tubo de mayor diàmetro no depende del tubo de menor diàmetro, llamamos a x:tiempo en que el tubo de mayor diàmetro llena el depòsito, luego 3+x:tiempo en que el tubo de menor diàmetro llena el depòsito.
Como es un problema de velocidad-tiempo, y las variables conocidas son: Cantidad y tiempo, por lo tanto planteamos la ecuaciòn partiendo de la velocidad, $V_m + V_M = V_t$ donde

V_m : es la velocidad de llenado por el tubo de menor diàmetro,
V_M : es la velocidad de llenado por el tubo de mayor diàmetro,
V_t : es la velocidad de llenado por los dos tubos al mismo tiempo.
Ahora como velocidad es igual a cantidad sobre tiempo $V = \frac{C}{t}$
reemplazando en la ecuaciòn tenemos: $\frac{C_m}{t_m} + \frac{C_M}{t_M} = \frac{C_t}{t_t}$
donde C_m es la cantidad a llenar (1 depòsito) por el tubo de menor diàmetro y t_m es el tiempo que emplea el tubo de menor diàmetro en llenar el depòsito.
C_M es la cantidad a llenar (1 depòsito) por el tubo de mayor diàmetro y t_M es el tiempo que emplea el tubo de mayor diàmetro en llenar el depòsito.
C_t es la cantidad a llenar (1 depòsito) por los dos tubos al mismo tiempo, y t_t es el tiempo que emplean los dos tubos en llenar el depòsito.
Reemplazando los datos conocidos tenemos:
$\frac{1}{3+x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$ la cantidad es 1 por que se va a llenar 1 depòsito. para eliminar fracciones hallamos el m.c.m(3+x,x,4)=4x(3+x).
Ahora multiplicamos cada tèrmino por el m.c.m
$\frac{1}{3+x}4x(3+x) + \frac{1}{x}4x(3+x) = \frac{1}{4}4x(3+x)$
multiplicando fracciones $\frac{4x(3+x)}{3+x} + \frac{4x(3+x)}{x} = \frac{4x(3+x)}{4}$
simplificando fracciones $4x + 4(3+x) = x(3+x)$
destruyendo parentesis $4x + 12 + 4x = 3x + x^2$
igualando a cero $3x + x^2 - 4x - 12 - 4x = 0$
realizando reducciòn de tèrminos semejantes
$x^2 - 5x - 12 = 0$ resolviendo la ecuaciòn cuadràtica por cualquier mètodo, se obtiene
$x = \frac{5+\sqrt{73}}{2}$ y $x = \frac{5-\sqrt{73}}{2}$ hallando los valores de x con la calculadora y aproximando se obtiene:
$x = 6{,}77$ y $x = -1{,}77$ como tiempos negativos no existen se descarta este resultado. luego x=6.77 y el tubo de menor diàmetro 3+x=3+6.77=9.77, luego la respuesta quedaria asì:

El tiempo que tarda el tubo de mayor diàmetro en llenar el depòsito es de 6.77 horas, y el tiempo que tarda el tubo de menor diàmetro en llenar el depòsito es de 9.77 horas.

Ejemplo Tres Si el largo y el ancho de un rectàngulo es de 4 cm por 2 cm cada uno se aumenta en la misma cantidad, el àrea del nuevo rectàngulo sera el doble del rectàngulo original.¿Cuàles son las dimensiones del nuevo rectàngulo?.
Llamamos x:la cantidad que se aumenta tanto al largo como el ancho. luego las dimensiones del nuevo rectàngulo son:
x+4: es la longitud del largo del nuevo rectàngulo.
x+2: es la longitud del ancho del nuevo rectàngulo.
la ecuaciòn la planteamos con las àreas de los rectàngulos (largo por ancho) $(x+4)(x+2)=2(4)(2)$ resolviendo los productos $x^2+6x+8=16$ igualando a cero $x^2+6x+8-16=0$ realizando reducciòn de tèrminos $x^2+6x-8=0$ resolviendo la ecuaciòn cuadràtica por cualquier mètodo, se obtiene
$x=-3+\sqrt{17}$ y $x=-3-\sqrt{17}$ hallando los valores de x con la calculadora y aproximando se obtiene:
$x=1,12$ y $x=-7,12$ como longitudes negativas no existen se descarta este resultado. luego x=1.12 que es la cantidad que aumento el nuevo rectàngulo tanto a lo largo como a lo ancho, luego el largo es: x+4=1.12+4=5.12 y el ancho es: x+2=1.12+2=3.12, por lo tanto la respuesta quedaria asì:
La nuevas dimensiones del rectàngulo son de largo 5.12 cm y de ancho 3.12 cm.

Ejemplo Cuatro Si P pesos se invierten a un interès compuesto del r por ciento anualmente, al final de dos años el capital serà:
$A=p(1+r)^2$. ¿A què interès \$100 000 pesos aumentarà a \$144 000 pesos despuès de dos años?.
Llamamos p=\$100 000 que es el dinero que se va a prestar.
A=\$144 000 que es el dinero que se va a recibir despuès de dos años.
r= es el interès al que se va a prestar el dinero.
En esta caso la variable que se va averiguar es r, la despejamos, para ello aplicamos raìz cuadrada en ambos miembros
$\sqrt{A}=\sqrt{p(1+r)^2}$. simplificando radicales
$\sqrt{A}=\sqrt{p}(1+r)$. destruyenndo parentesis

$\sqrt{A} = \sqrt{p} + r\sqrt{p}$. despejando r,

$\frac{\sqrt{A}-\sqrt{p}}{\sqrt{p}} = r$. reemplazando los valores de A y p tenemos:

$\frac{\sqrt{144000}-\sqrt{100000}}{\sqrt{100000}} = r$. extrayendo raìz cuadrada

$\frac{379{,}47-316{,}23}{316{,}23} = r$. restando $\frac{63{,}24}{316{,}23} = r$.

dividiendo $r = 0{,}2$. como es interès por ciento, este resultado lo multiplicamos por cien $r = 0{,}2(100) = 20\,\%$. la respuesta seria: Para recibir al cabo de dos años $144 000 pesos se deben prestar $100 000 pesos al 20 %.

1.5.2. EJERCICIOS

1) El producto de dos nùmeros enteros pares consuctivos es 624. ¿Cuàles son los nùmeros

2) Se quiere construir una caja con un volumen de 1440 cm^2 utilizando una hoja metàlica rectangular, en la que cortan cuadrados de 3cm de lado en las esquinas. Halla las dimensiones de la hoja metàlica si su àrea es 792cm^2.

3) Un fabricante de envases de lata desea construir una lata cilindrica de 20 cm de altura y capacidad 3000cm^3 Halla el radio de la lata.

4) El lote de la familia Camelo tiene 16 metros de largo por
10 metros de ancho, se desea construir una casa de base rectangular en el centro de èl. ¿Què dimensiones debe tener el rectàngulo del piso de la casa si tiene un àrea de 91m^2.

$16m$

x

$10m$ x $Casa$

5) Una làmina para repuesto de un carro tiene la forma como lo muestra la figura.

a) Si el àrea del rectàngulo es de 90cm^2 ¿ Cuàles son sus dimensiones.?

b) ¿Cuàl es el àrea de la làmina?

$y + 3$

$\frac{y}{4}$

BIBLIOGRAFÍA

[1] Edgar, Obonaga. *Matemàtica 3, Algebra y Geometrìa* Ed. Pime

[2] Barnet-Uribe *Algebra y Geometrìa 1* Ed. Mac-Graw Hill

[3] Lidice Soraya Padilla *Aventura 8* Ed. Norma

[4] Lidice Soraya Padilla *Desafios 8* Ed. Norma